

УДК 528.063

ИННОВАЦИОННОЕ ПРЕДЛОЖЕНИЕ ПО АВТОМАТИЗАЦИИ СОСТАВЛЕНИЯ УСЛОВНЫХ УРАВНЕНИЙ ПОЛЮСА

д-р техн. наук, проф. В.И. МИЦКЕВИЧ, А.В. ГРИЩЕНКОВ
(Полоцкий государственный университет)

Условные уравнения полюса используются при коррелятном способе уравнивания геодезических сетей. Из двух способов уравнивания, параметрического и коррелятного, последний слабо поддается автоматизации при использовании ПК, так как условные уравнения составляются в зависимости от структуры геодезической сети, а эти сети разнообразны. При поиске грубых ошибок измерений чаще всего в коррелятном способе анализируются свободные члены условных уравнений полюса, автоматизация составления которых является обсуждением настоящей статьи. Предлагаемый алгоритм составления условных уравнений полюса универсальный для типовых геодезических построений – центральных систем, геодезических четырехугольников и веера. В новом способе используются «матрицы связи» одних измерений с другими. Составление этих матриц не зависит от типа геодезического построения, что легко поддается автоматизации составления полюсных условий на ПК.

Введение. Условие полюса возникает в центральных системах и геодезических четырехугольниках, где имеются диагональные направления. На рисунке 1 показана центральная система, в которой возникает условие полюса в точке O .

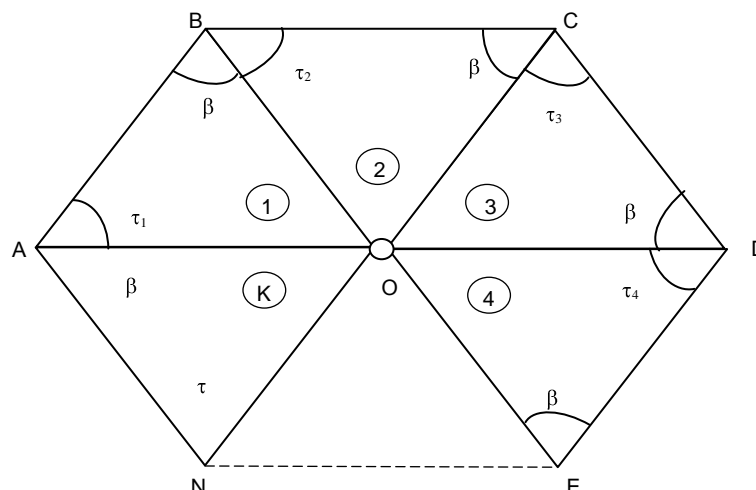


Рис. 1. Центральная система

На рисунке 2 приведен геодезический четырехугольник, для которого можно записать 5 условий полюса в вершинах O, A, B, C, D .

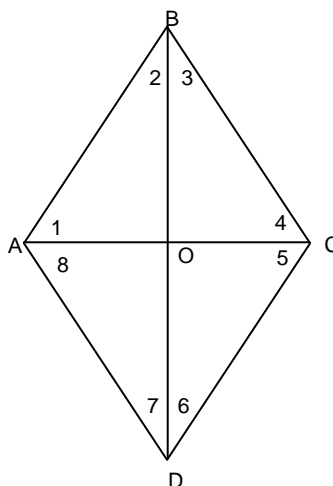


Рис. 2. Геодезический четырехугольник

На рисунке 3 показан веер, для которого можно записать одно условие полюса (так как имеется одна диагональ) для вершины O .

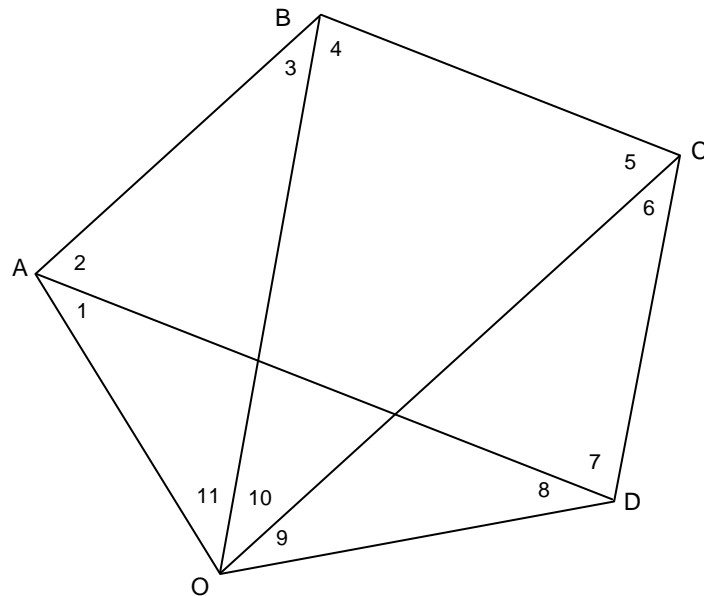


Рис. 3. Веер

На рисунке 4 показана трехвершинная центральная система, для которой полюс можно записать в вершинах O, A, B, C .

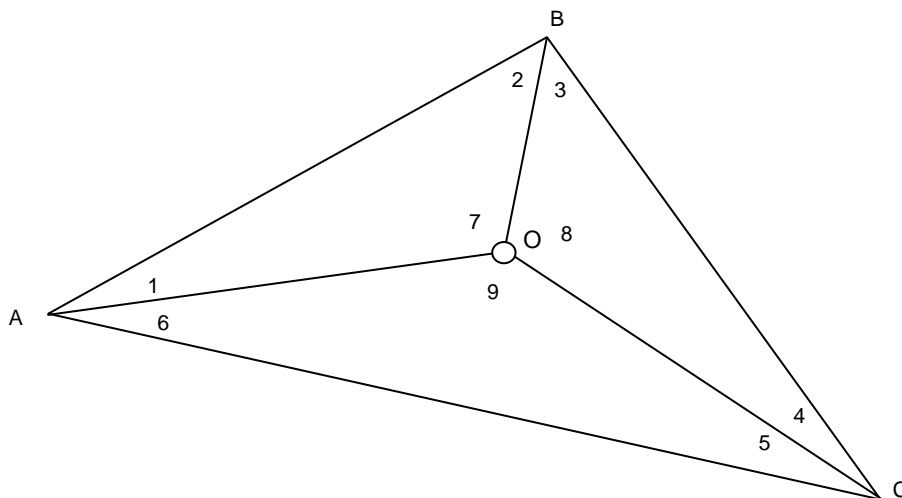


Рис. 4. Центральная система

Выведем условное уравнение полюса для центральной системы, показанной на рисунке 1. Для записи уравнения связи возьмем сторону S между пунктами O и A . Получим

$$W = S \frac{\sin \tau_1 \dots \sin \tau_K}{\sin \beta_1 \dots \sin \beta_K} - S = S \left(\frac{\sin \tau_1 \dots \sin \tau_K}{\sin \beta_1 \dots \sin \beta_K} - 1 \right). \quad (1)$$

Найдем ∂W , т.е. $\partial \varphi / \partial \tau_1$, $\partial \varphi / \partial \tau_K$, $\partial \varphi / \partial \beta_1$, $\partial \varphi / \partial \beta_K$:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau_1} = S \frac{\cos \tau_1 \sin \tau_2 \dots \sin \tau_K}{\sin \beta_1 \sin \beta_2 \dots \sin \beta_K} \cdot \frac{\sin \tau_1}{\sin \tau_1} = S \cdot \operatorname{ctg} \tau_1;$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau_i} = S \cdot \operatorname{ctg} \tau_i;$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \beta_1} = S \frac{\sin \tau_1 \sin \tau_2 \dots \sin \tau_K}{\sin \beta_2 \dots \sin \beta_K} \cdot \left(-\frac{\cos \beta_1}{\sin^2 \beta_1} \right) = -S \cdot \operatorname{ctg} \beta_1;$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \beta_i} = -S \cdot \operatorname{ctg} \beta_i;$$

$$dW = S \sum_{i=1}^K \operatorname{ctg} \tau_i d\tau_i - \operatorname{ctg} \beta_i d\beta_i. \quad (2)$$

Тогда $dW + W = 0$ с переходом от дифференциалов к поправкам примет вид:

$$S \sum_{i=1}^K \operatorname{ctg} \tau_i v_{\tau_i} - \operatorname{ctg} \beta_i v_{\beta_i} + S \left(\frac{\sin \tau_1 \dots \sin \tau_K}{\sin \beta_1 \dots \sin \beta_K} - 1 \right) = 0.$$

Умножая это уравнение на ρ''/S , окончательно получим

$$\sum_{i=1}^K \operatorname{ctg} \tau_i v_{\tau_i}'' - \operatorname{ctg} \beta_i v_{\beta_i}'' + \rho'' \left(\frac{\sin \tau_1 \dots \sin \tau_K}{\sin \beta_1 \dots \sin \beta_K} - 1 \right) = 0. \quad (3)$$

Основная часть

Трудностью при записи условного уравнения полюса является правильное написание условного уравнения связи вида (1).

Запишем все четыре условных уравнения связи для центральной системы (см. рис. 4).

Полюс в точке O .

Углы τ и δ можно найти с помощью матрицы связи (рис. 5), для которой в верхней строке указываем названия вершин по ходу часовой стрелки.

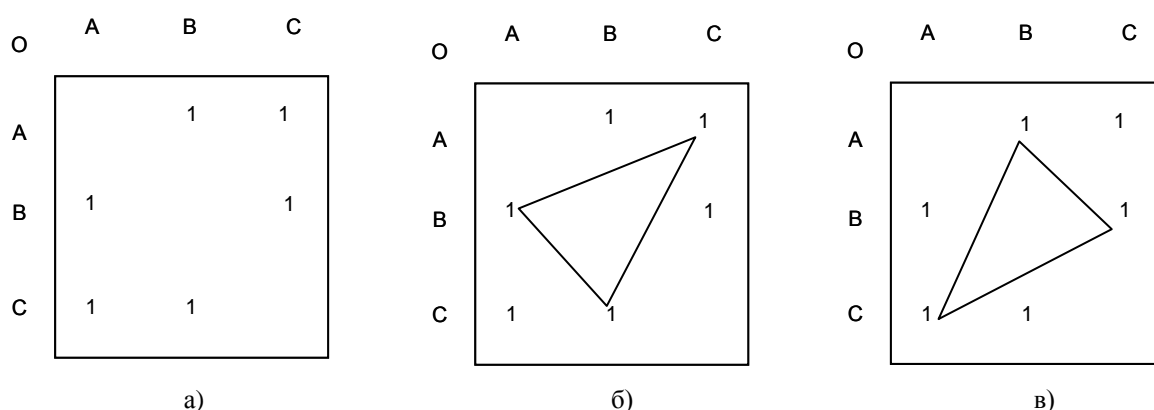


Рис. 5. Матрица связи

Заполняем левый первый столбец.

На рисунке 5, б показан верхний треугольник для углов числителя, а на рисунке 5, в – нижний треугольник для углов знаменателя.

Затем пишем заготовку

$$\frac{OA \cdot OB \cdot OC}{OA \cdot OB \cdot OC}, \quad (4)$$

в которую вписываем вершину угла в соответствии со связью, указанной на рисунках 5, б и 5, в.

Например, для заготовки OA мы приписываем вершину C , так как единица находится в первой строке третьего столбца. В знаменателе для заготовки OA пишем B в соответствии с первой строкой 2-го столбца (см. рис. 5, в).

Аналогично, пользуясь рисунками 5, б и 5, в, окончательно вместо (4) запишем

$$\frac{\angle OAC \cdot \angle OBA \cdot \angle OCB}{\angle OAB \cdot \angle OBC \cdot \angle OCA} = \frac{\angle 6 \cdot \angle 2 \cdot \angle 4}{\angle 1 \cdot \angle 3 \cdot \angle 5}. \quad (5)$$

Зная углы числителя и знаменателя, запишем

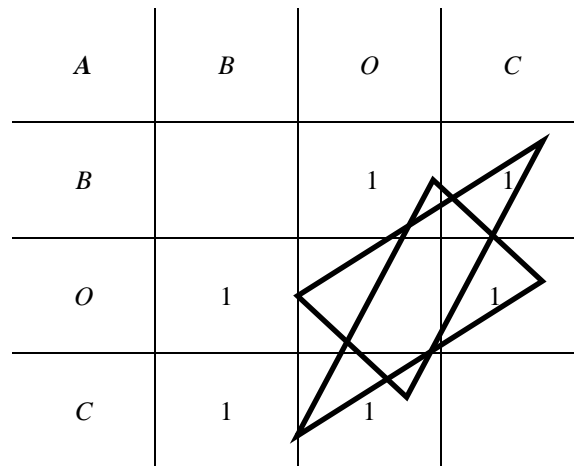
$$W'' = \rho'' \left(\frac{\sin 6 \cdot \sin 2 \cdot \sin 4}{\sin 1 \cdot \sin 3 \cdot \sin 5} - 1 \right).$$

Условные уравнения полюса для точки O (см. рис. 4):

$$\text{ctg} 6v_6 + \text{ctg} 2v_2 + \text{ctg} 4v_4 - \text{ctg} 1v_1 - \text{ctg} 3v_3 - \text{ctg} 5v_5 + W = 0.$$

Для последующих примеров будем приводить рисунок 5, б, аналогичный 5, а, и углы числителя и знаменателя аналогично (5).

Для полюса в точке A (см. рис. 4) имеем заготовку:



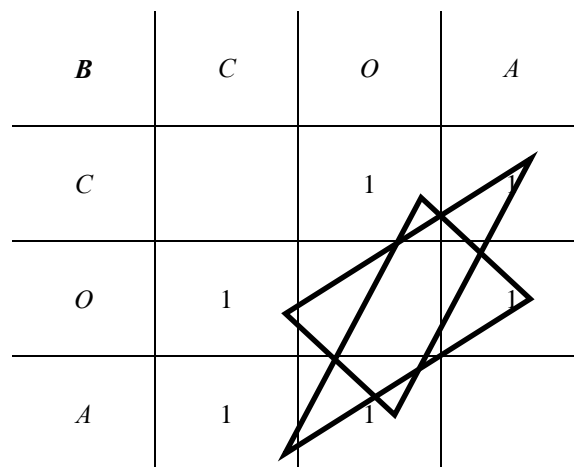
$$\frac{AB \cdot AO \cdot AC}{AB \cdot AO \cdot AC}; \quad \text{углы} \quad \frac{\angle ABC \cdot \angle AOB \cdot \angle ACO}{\angle ABO \cdot \angle AOC \cdot \angle ACB} = \frac{\angle 2+3 \cdot \angle 7 \cdot \angle 5}{\angle 2 \cdot \angle 9 \cdot \angle 5+4}.$$

Зная углы числителя и знаменателя, запишем:

$$W'' = \rho'' \left(\frac{\sin \angle 2+3 \cdot \sin \angle 7 \cdot \sin \angle 5}{\sin \angle 2 \cdot \sin \angle 9 \cdot \sin \angle 5+4} - 1 \right),$$

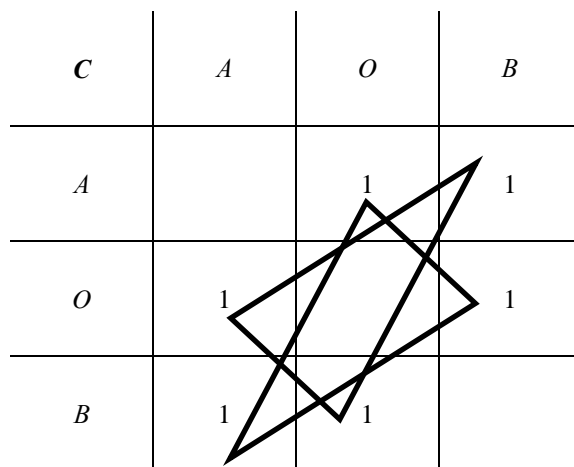
$$\text{ctg } \angle 2+3 v_2 + \text{ctg } \angle 2+3 v_3 + \text{ctg } \angle 7 v_7 + \text{ctg } \angle 5 v_5 - \text{ctg } \angle 2 v_2 - \text{ctg } \angle 9 v_9 - \text{ctg } \angle 5+4 v_5 - \text{ctg } \angle 5+4 v_4 + W = 0.$$

Для полюса в точке B (см. рис. 4) имеем заготовку:



$$\frac{BC \cdot BO \cdot BA}{BC \cdot BO \cdot BA}; \quad \text{углы} \quad \frac{\angle BCA \cdot \angle BOC \cdot \angle BAO}{\angle BCO \cdot \angle BOA \cdot \angle BAC} = \frac{\angle 4+5 \cdot \angle 8 \cdot \angle 1}{\angle 4 \cdot \angle 7 \cdot \angle 1+6}.$$

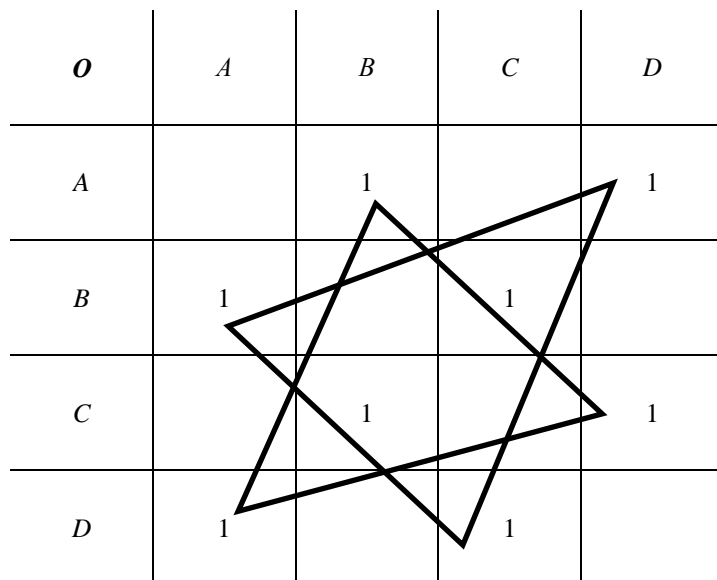
Для полюса в точке C (см. рис. 4) имеем заготовку:



$$\frac{CA \cdot CO \cdot CB}{CA \cdot CO \cdot CB}; \quad \text{углы} \quad \frac{\angle CAB \cdot \angle COA \cdot \angle CBO}{\angle CAO \cdot \angle COB \cdot \angle CBA} = \frac{\angle 1 + 6 \cdot \angle 9 \cdot \angle 3}{\angle 6 \cdot \angle 8 \cdot \angle 2 + 3}.$$

Для геодезического четырехугольника (см. рис. 2) можно записать 5 условий полюса.

Для полюса в точке O (см. рис. 2) имеем заготовку:



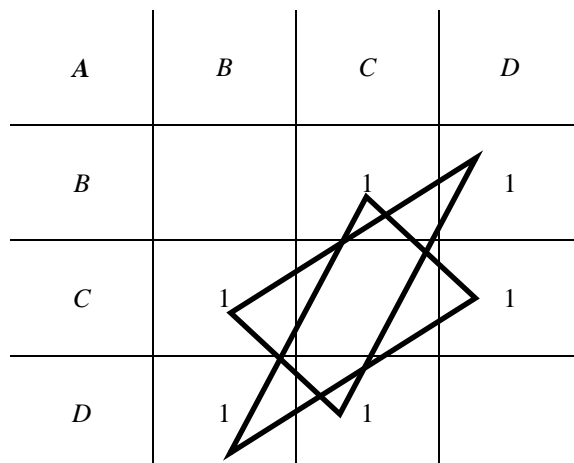
$$\frac{OA \cdot OB \cdot OC \cdot OD}{OA \cdot OB \cdot OC \cdot OD}; \quad \text{углы} \quad \frac{\angle OAD \cdot \angle OBA \cdot \angle OCB \cdot \angle ODC}{\angle OAB \cdot \angle OBC \cdot \angle OCD \cdot \angle ODA} = \frac{\angle 8 \cdot \angle 2 \cdot \angle 4 \cdot \angle 6}{\angle 1 \cdot \angle 3 \cdot \angle 5 \cdot \angle 7}.$$

Зная углы числителя и знаменателя, запишем:

$$W'' = \rho'' \left(\frac{\sin \angle 8 \cdot \sin \angle 2 \cdot \sin \angle 4 \cdot \sin \angle 6}{\sin \angle 1 \cdot \sin \angle 3 \cdot \sin \angle 5 \cdot \sin \angle 7} - 1 \right);$$

$$\operatorname{ctg} 8v_8 + \operatorname{ctg} 2v_2 + \operatorname{ctg} 4v_4 + \operatorname{ctg} 6v_6 - \operatorname{ctg} 1v_1 - \operatorname{ctg} 3v_3 - \operatorname{ctg} 5v_5 - \operatorname{ctg} 7v_7 + W = 0.$$

Для полюса в точке A (см. рис. 2) имеем заготовку:

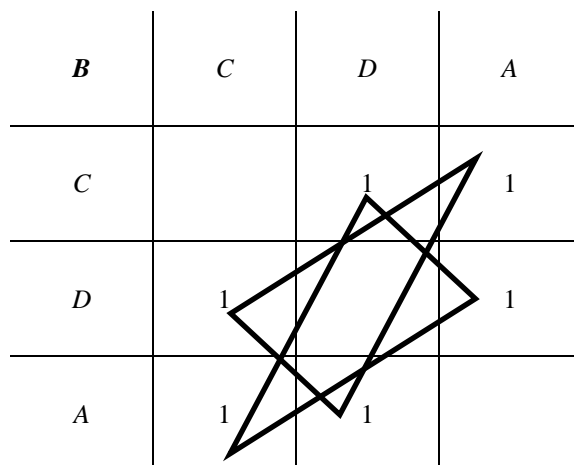


$$\frac{AB \cdot AC \cdot AD}{AB \cdot AC \cdot AD}; \quad \text{углы} \quad \frac{\angle ABD \cdot \angle ACB \cdot \angle ADC}{\angle ABC \cdot \angle ACD \cdot \angle ADB} = \frac{\angle 2 \cdot \angle 4 \cdot \angle 6+7}{\angle 2+3 \cdot \angle 5 \cdot \angle 7};$$

$$W'' = \rho'' \left(\frac{\sin \angle 2 \cdot \sin \angle 4 \cdot \sin \angle 6+7}{\sin \angle 2+3 \cdot \sin \angle 5 \cdot \sin \angle 7} - 1 \right);$$

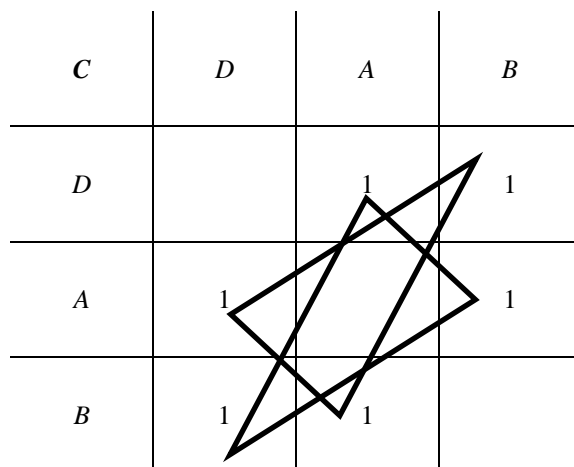
$$\operatorname{ctg} 2v_2 + \operatorname{ctg} 4v_4 + \operatorname{ctg} 6+7 v_6 + \operatorname{ctg} 6+7 v_7 - \operatorname{ctg} 2+3 v_2 - \operatorname{ctg} 2+3 v_3 - \operatorname{ctg} 5v_5 - \operatorname{ctg} 7v_7 + W = 0.$$

Для полюса в точке B (см. рис. 2) имеем заготовку:



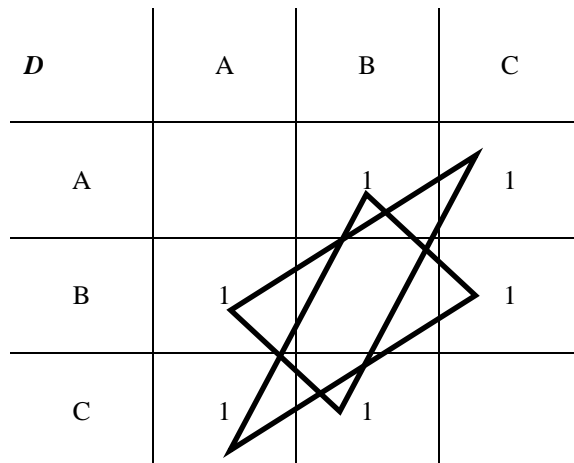
$$\frac{BC \cdot BD \cdot BA}{BC \cdot BD \cdot BA}; \quad \text{углы} \quad \frac{\angle BCA \cdot \angle BDC \cdot \angle BAD}{\angle BCD \cdot \angle BDA \cdot \angle BAC} = \frac{\angle 4 \cdot \angle 6 \cdot \angle 1+8}{\angle 4+5 \cdot \angle 7 \cdot \angle 1}.$$

Для полюса в точке C (см. рис. 2) имеем заготовку:



$$\frac{CD \cdot CA \cdot CB}{CD \cdot CA \cdot CB}; \quad \text{углы} \quad \frac{\angle CDB \cdot \angle CAD \cdot \angle CBA}{\angle CDA \cdot \angle CAB \cdot \angle CBD} = \frac{\angle 6 \cdot \angle 8 \cdot \angle 2+3}{\angle 6+7 \cdot \angle 1 \cdot \angle 3}.$$

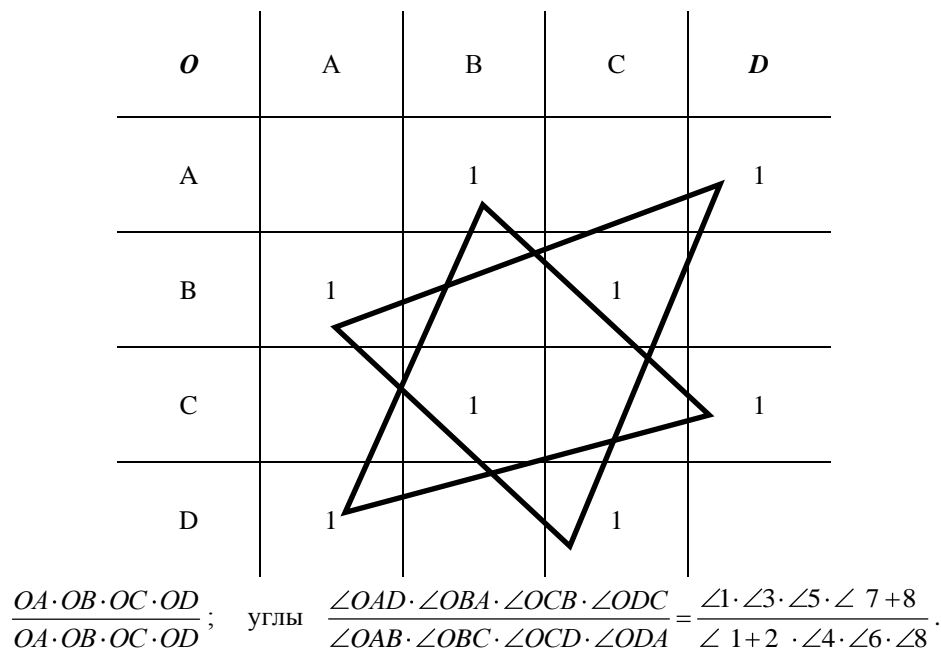
Для полюса в точке D (см. рис. 2) имеем заготовку:



$$\frac{DA \cdot DB \cdot DC}{DA \cdot DB \cdot DC}; \quad \text{углы} \quad \frac{\angle DAC \cdot \angle DBA \cdot \angle DCB}{\angle DAB \cdot \angle DBC \cdot \angle DCA} = \frac{\angle 8 \cdot \angle 2 \cdot \angle 4+5}{\angle 1+8 \cdot \angle 3 \cdot \angle 5}.$$

Для веера (см. рис. 3) возникает одно условие полюса.

Для полюса в точке O (см. рис. 3) имеем заготовку:



Условное уравнение запишется в таком виде:

$$W'' = \rho'' \left(\frac{\sin \angle 1 \cdot \sin \angle 3 \cdot \sin \angle 5 \cdot \sin \angle 7 + 8}{\sin \angle 1 + 2 \cdot \sin \angle 4 \cdot \sin \angle 6 \cdot \sin \angle 8} - 1 \right);$$

$$ctg 1v_1 + ctg 3v_3 + ctg 5v_5 + ctg 7+8 v_7 + ctg 7+8 v_8 - ctg 1+2 v_1 - ctg 1+2 v_2 - ctg 4v_4 - ctg 6v_6 - ctg 8v_8 + W = 0.$$

В **заключение** отметим, что при составлении полюсных условных уравнений не требуется создавать рисунки матрицы связи, поскольку конфигурация этих рисунков зависит лишь от количества вершин в фигуре, а расположение единиц в матрице связи заранее известно благодаря установленной нами закономерности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Герасименко, М.Д. Единый алгоритм составления условных уравнений и его применение для уравнивания и оценки точности геодезических построений / М.Д. Герасименко // Труды НИИГАиК. – Новосибирск, 1975. – Т. 34. – С. 66 – 73.
2. Герасименко, М.Д. Уравнивание триангуляции по методу условий с использованием однотипных условных уравнений / М.Д. Герасименко // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъёмка. – 1973. – № 3. – С. 43 – 46.
3. Маркузе, Ю.И. Уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей / Ю.И. Маркузе. – М.: Недра, 1982. – 191 с.
4. Мицкевич, В.И. Алгоритмы уравнивания геодезических сетей коррелятным способом / В.И. Мицкевич, П.Ф. Парадня, В.Е. Плюта. – Новополюцк: ПГУ, 2009. – 144 с.

Поступила 15.04.2011

INNOVATION PROPOSAL FOR AUTOMATION OF DESIGNING OF CONDITIONAL EQUATION OF POLE

V. MITSKEVICH, A. GRISHCHENKOV

Conditional equations of pole are used adjustment of geodetic networks by conditions. Comparing adjustment methods by equations and by conditions we see that the latter one is weakly automated on PC, since conditional equations are designed depending on structures of geodetic networks, which are various. When checking measurements for gross errors when applying adjustment by conditions one analyses more often absolute terms in conditional equations of pole. Automation of their designing is the aim of the article. Proposed algorithm for designing of conditional equations of pole is general-purpose for typical geodetic structures, central systems, geodetic quadrangles and fan. New approach applies "matrix of coupling". Designing of these matrices does not depend on type of geodetic structures, what can be easily automated when designing polar conditions using PC.